CONSTRUCCION DE POLIEDROS CON MECCANO

Por Esteban Orozco Vallejo

INTRODUCCION

En el libro de comienzos del siglo XVI "La Divina Proporción" , de Luca Pacioli , un clásico del Renacimiento italiano , aparecen unos dibujos de Leonardo da Vinci con la representación tradicional de los poliedros en la forma "solidus" (figura G-1) y también en la nueva forma "vacuus" (figura G-2) . A la vista de esta forma "vacuus" pensé , como aficionado al Meccano , que los polígonos regulares podían construirse con tiras de Meccano y unir los polígonos con angulares (piezas 12 ó 12 C) doblados según el ángulo diedro (ángulo de dos caras) correspondiente a cada caso . Luego veremos cómo se lleva a cabo todo esto .

Los aficionados a los poliedros , entre los que me encuentro , los construyen , en gran parte , en forma "solidus" y en cartón , que se pega , en general , por los bordes . También , menos , en láminas de plástico que se sueldan por los bordes o en madera . Hay también un buen sistema con nudos y varillas de plástico : el sistema norteamericano Zome , distinto a los sistemas anteriores y que también utilizo .

El método de construcción en cartón es barato pero poco resistente y los métodos de construcción en madera o plástico son de difícil ejecución . La construcción con Meccano es cara , pero la ejecución es asequible y el resultado es muy resistente y de bella apariencia .Evidentemente son difíciles de construir con Meccano determinados tipos de poliedros , sobre todo los no completamente regulares y las intersecciones o maclas de ellos .

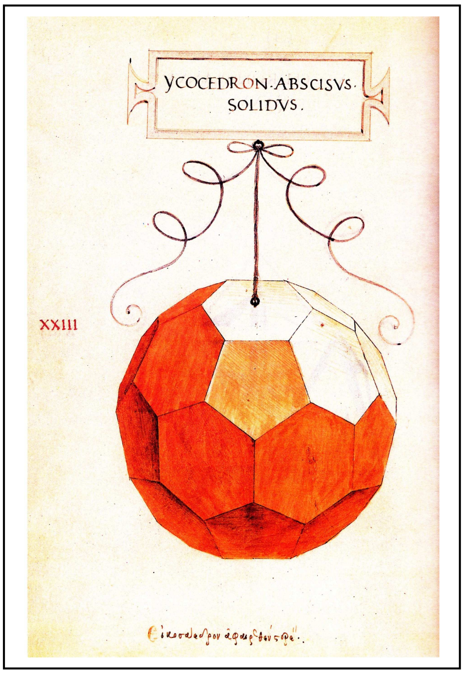


Figura G-1

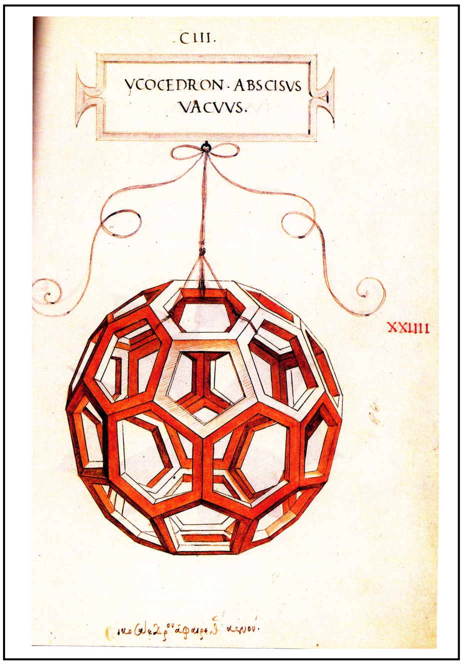


Figura G-2

El sistema Zome , utilizado como material didáctico en colegios y universidades norteamericanas , consta de unos nudos y doce varillas distintas , basadas en parte en la proporción áurea . Es de estructura débil , pero permite hacer un gran número de poliedros , aunque no todos .

No tenemos noticia de que alguien haya hecho poliedros con Meccano según nuestro método , que describimos a continuación , por lo menos de forma sistemática .

RECORDATORIO SOBRE POLIEDROS

Recordemos ahora algunas nociones sobre poliedros .

Los poliedros convexos que tienen todas las caras polígonos regulares de un solo tipo y todos los vértices iguales son llamados poliedros regulares o platónicos en honor a Platón (siglos V y IV antes de Cristo) y fueron , por supuesto , conocidos por los griegos . Estos poliedros son cinco : el tetraedro , el cubo o hexaedro , el octaedro , el dodecaedro y el icosaedro .

Los poliedros convexos que tienen todos los vértices iguales y las caras polígonos regulares , pero de varios tipos , son los llamados semi-regulares o arquimedianos , en honor de Arquímedes (siglo III antes de Cristo) y fueron conocidos , aunque no todos , por los griegos . Hay trece soluciones . Algunas de éstas son dobles , pues hay algunos poliedros con variedad dextrógira y con variedad levógira .

Los poliedros convexos cuyas caras son todas polígonos regulares , aunque de varios tipos , y tienen vértices de varios tipos se llaman poliedros de Johnson y hay 92 soluciones .

Evidentemente todos los poliedros anteriores pueden construirse con Meccano . Pero también pueden construirse poliedros no convexos que tienen como caras polígonos regulares estrellados y poliedros compuestos con intersección de varios de ellos .

Hay también poliedros con “agujeros” o como se dice en Topología (rama de las Matemáticas que estudia las formas) de género uno o superior , que tienen caras todas polígonos regulares y son construibles con Meccano . Y también los “simetroedros”, poliedros en que la mayoría de sus caras , aunque no todas , son polígonos regulares y las “juntas” , por así decirlo , son otras figuras geométricas .

Después de los polígonos regulares están los rombos como base de poliedros de elevada simetría . Sólo rombos o mezclados con polígonos regulares . Y muchas otras combinaciones y posibilidades . También pueden apuntarse las caras con prismas , pirámides , etc .

Veremos después fotos de poliedros de todos estos tipos que he construido .

Con el ordenador ha habido una explosión de búsqueda y definición de nuevos poliedros . En Internet , de donde he sacado muchos prototipos , hay un elevadísimo número de contribuciones y referencias .

Como es sabido se pone nombre internacionalmente a los poliedros con la palabra griega “edro” = cara y con el número de ellas también en griego : tetra = 4 , penta = 5 , hexa = 6 , etc , etc . Entre ellos deca = 10 , dodeca = 12 , icosi = 20 , triaconta = 30 .

CONSTRUCCION DE LOS POLIEDROS

Cálculo de los ángulos diedros

Lo primero que hay que hacer es calcular los ángulos diedros . Para poliedros con caras polígonos regulares o rombos esto se lleva a cabo por trigonometría esférica . Imaginando una esfera de centro uno de los vértices del poliedro en ella están los vértices adyacentes . Un triángulo esférico se define por tres puntos A , B y C en la superficie de la esfera . El lado o arco AB se define por el ángulo AOB , siendo O el centro de la esfera y se nota como c , ya que es opuesto al vértice C . Análogamente los dos otros lados . Están también los tres ángulos diedros A , B y C . El diedro A , por ejemplo , es el ángulo de los planos OAB y OAC y corresponde en el poliedro al ángulo de las dos caras que se encuentran en una arista .

El cálculo se hace por la fórmula $\cos A = (\cos a - \cos b \cos c) / \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c$ ó similares , pero a veces habrá que resolver polígonos esféricos o proyectar sobre un plano y hacer cálculos geométricos .

A todo esto algún lector habrá pensado por qué no nos ahorramos estos cálculos usando bisagras para unir las tiras de Meccano . La contestación es que salvo algún poliedro estable la construcción sería impracticable por la continua deformación .

Construcción

Hablemos ya de la construcción física de los poliedros . He elegido en general la tira de 5 agujeros como lado de los polígonos , lo que conduce , en general , a poliedros de entre 30 y 70 cm de diámetro . Utilizo varios colores . Por el elevado número de piezas que se necesitan y el color distinto hay que encargarlas expresamente .

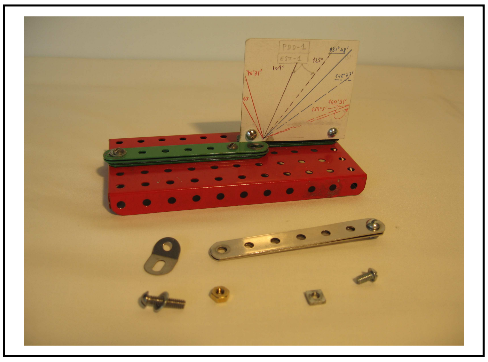


Figura G-3

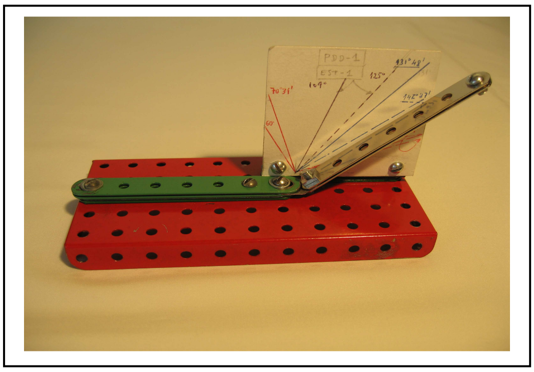


Figura G-4

Centrémosnos en un determinado poliedro que queramos construir . Una vez calculados los varios ángulos diedros que hay en el poliedro escogemos el angular de 90º (pieza 12) o el de 135º (pieza 12 C) y doblamos el angular hasta el ángulo requerido según el sencillo aparato que indicamos en las figuras G-3 y G-4 . Obtenidos los angulares con los diedros adecuados se van atornillando a ellos los diferentes polígonos , que conviene prefabricar con anterioridad .

La esencia de este método de modelización de poliedros es que dos tiras de Meccano unidas por un angular diedro sugieren entre ellas una arista virtual del poliedro . Pero , atención , se produce una distorsión de esta arista virtual según los distintos polígonos . Véase en la figura G-5 que aunque la tira de 5 agujeros mide 6,35 cm la arista virtual de un triángulo equilátero es de 7,28 cm . La arista virtual de un cuadrado es de 6,35 cm , la de un pentágono regular 6 cm y los polígonos de mayor número de lados generan cifras aún menores . Hay que contrarrestar estas cifras virtuales distintas , sobre todo cuando al lado de cada arista hay polígonos distintos . Ello se puede hacer utilizando tornillos de 2 ó 3 mm de diámetro , poner arandelas en los angulares diedros para bajar o subir relativamente las tiras contiguas , etc , etc . Y en algún caso hemos utilizado la tira de Metallus de 5 agujeros con agujeros extremos ranurados .

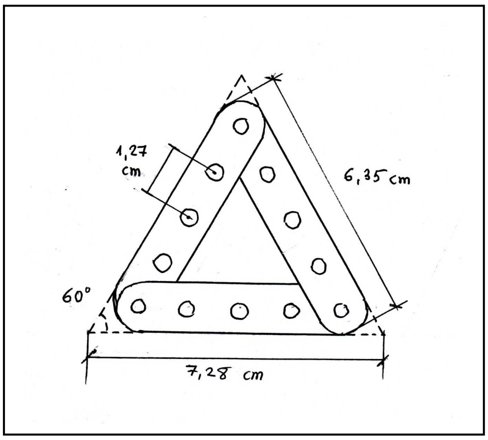


Figura G-5

FOTOS DE POLIEDROS CONSTRUIDOS

Adjunto fotos de poliedros construidos con Meccano según nuestro método . Se han añadido comentarios a todas estas fotos .

La construcción de un poliedro por este método es tediosa por lo repetitiva y a veces lleva un considerable tiempo , pero el resultado es de una gran belleza . Evidentemente es un método caro , por utilizar en muchos casos cientos de tiras .

FOTOS DE POLIEDROS CONSTRUIDOS CON MECCANO

(Esteban Orozco Vallejo)

Poliedro nº 1 : P-1

Icosaedro truncado

(fullereno , bucky ball , balón de fútbol)

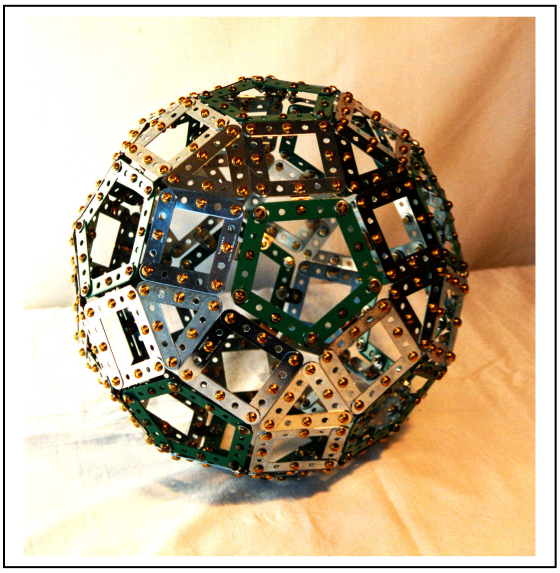
Poliedro arquimediano nº 10

Puede servir de modelo de la molécula del carbono 60 . También ha sido el modelo del balón de fútbol . Los dos primeros nombres son en homenaje al arquitecto norteamericano Buckminster Fuller , autor de cúpulas geodésicas con tramas metálicas .

Poliedro nº 2 : P-2

Pequeño rombi – icosidodecaedro

Poliedro arquimediano nº 11



Tiene 20 triángulos equiláteros , 30 cuadrados y 12 pentágonos regulares .

Poliedro nº 3 : P-3

Gran rombi-icosidodecaedro

Poliedro arquimediano nº 12

Para una arista dada es el poliedro más grande de todos los arquimedianos . Tiene 30 cuadrados , 20 exágonos y 12 decágonos , todos regulares .

Poliedro nº 4 : P-4

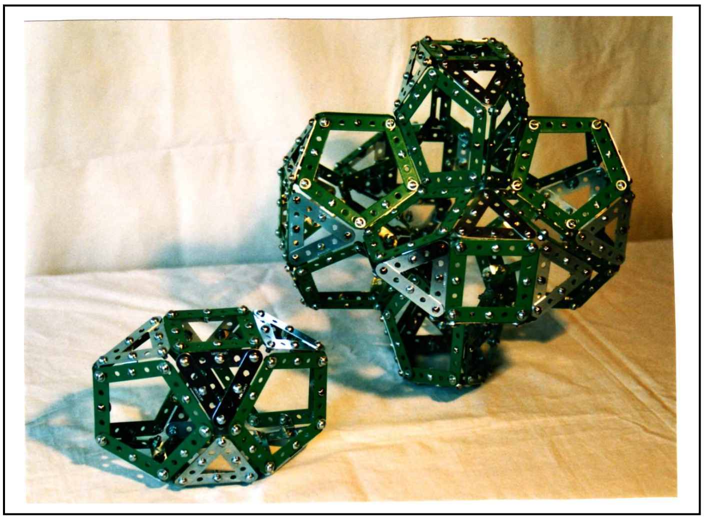
Dodecaedro achatado

Poliedro arquimediano nº 13

En cinco colores , cada uno con dos rosetas , y triángulos blancos neutros . Este poliedro tiene dos variedades : dextrógira y levógira , según la posición relativa de dichos triángulos blancos .

Poliedro nº 5 : P-5

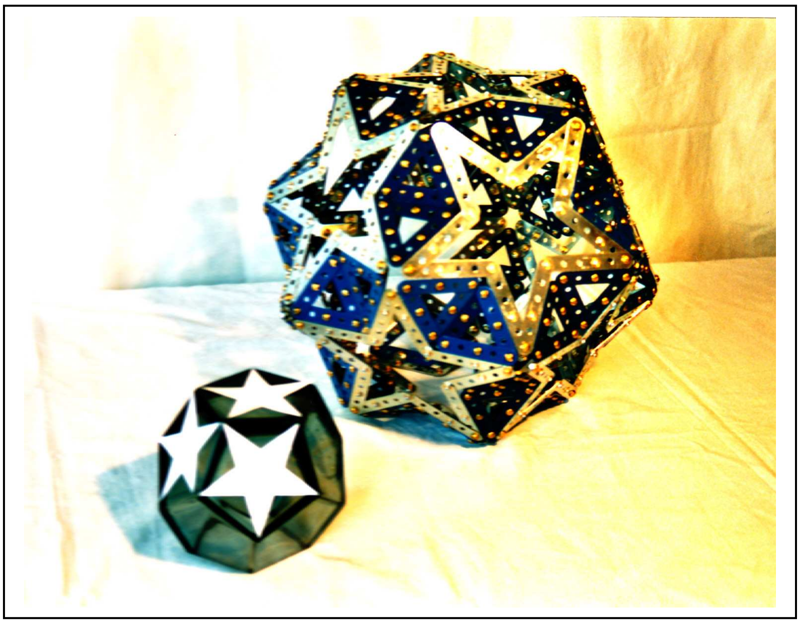
Biluna birotonda (poliedro de Johnson J-91)
y macla de seis J-91



El poliedro J-91 tiene 8 triángulos equiláteros , 2 cuadrados y 4 hexágonos regulares . La macla se ordena según tres ejes ortogonales .

Poliedro nº 6 : P-6

Pequeño ditrigonal icosidodecaedro



Este poliedro tiene polígonos regulares estrellados , en concreto el pentagrama o pentágono regular estrellado , construido con tiras de 6 agujeros que delimitan una arista virtual correspondiente a 5 agujeros . Cada tres triángulos pequeños azules en el mismo plano conforman un triángulo grande de un icosaedro .

Poliedro nº 7 : P-7

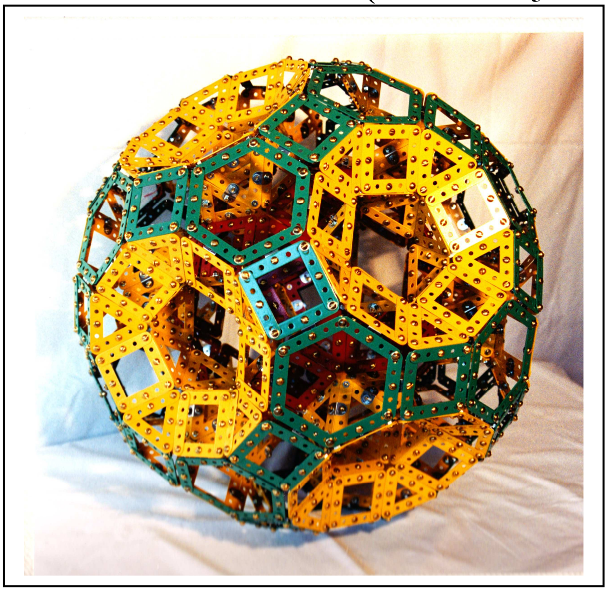
Dodecadodecaedro

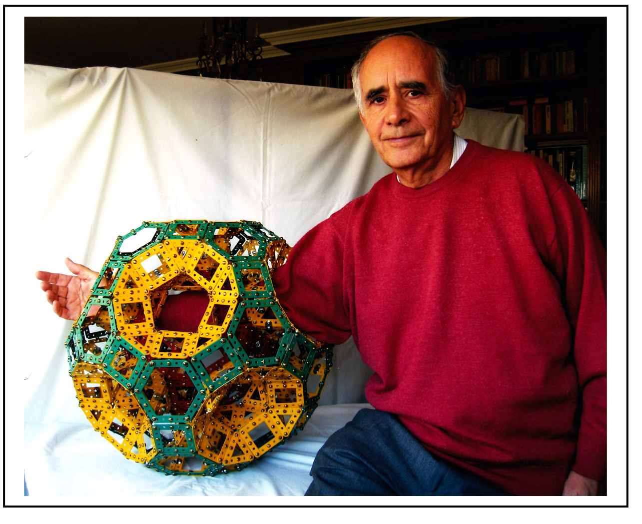
Este poliedro puede generarse poniendo pentagramas en los puntos medios de lo pentágonos de un dodecaedro (según puede verse en el dodecaedro de cristal mostrado en la foto) , con lo que se forman 20 esquinas de tres rombos (tiras amarillas) .

Los cinco rombos amarillos coplanares (en el mismo plano) indican un pentágono grande . Este poliedro también puede generarse trasladando hacia el interior cada pentágono (amarillo grande) de un dodecaedro hasta los puntos medios de las aristas de los cinco pentágonos contiguos al primer pentágono citado .

Poliedro nº 8 : P-8

Poliedro toroidal nº 1 (Poliedro K_5 - 12 $Q_5 S_5$ - E_5)



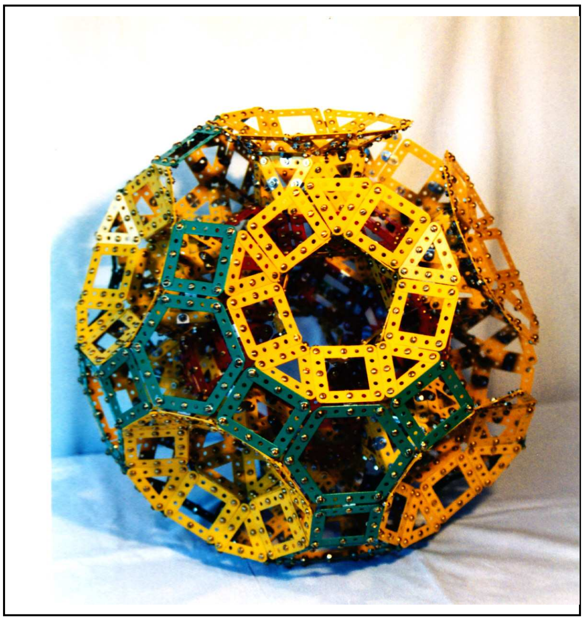


Este poliedro es un poliedro toroidal , es decir que tiene “agujeros” (recordemos que en geometría se llama “toro” a una figura como un neumático o donut , que tienen un agujero) . Es un toroide de Stewart , por estar formado sólo por polígonos regulares : el triángulo equilátero , el cuadrado y el hexágono regular .

Podemos imaginarnos este poliedro por medio de una corona esférica (el volumen comprendido entre dos esferas concéntricas) . En la esfera interior está inscrito y construido en color rojo el poliedro arquimediano nº 11 (pequeño rombi icosidodecaedro) y en la esfera exterior está inscrito y construido en color verde el poliedro arquimediano nº 12 (gran rombi icosidodecaedro) . A su vez la corona esférica está perforada por doce agujeros en forma de copa . El pie de la copa es un antiprisma pentagonal (prisma cuyos lados laterales son triángulos) y el vaso de la copa es una cúpula pentagonal (cúpula : alternancia de triángulos y cuadrados) , ambos construidos en color amarillo .

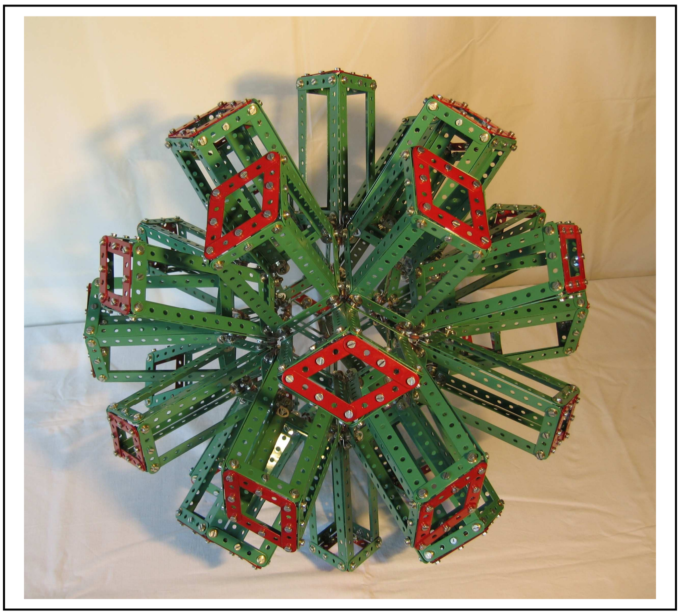
Este poliedro ha sido descrito por primera vez por el matemático norteamericano actual B. M. Stewart (Bonnie Madison Stewart) . El modelo en Meccano ha requerido 2.400 tornillos y 1.200 tiras de cinco agujeros .

A continuación vemos dos fases en la construcción del modelo . En la primera figura aparece el poliedro interior rojo y ya unidas a él cuatro copas amarillas . En la otra figura ya están puestas las doce copas amarillas y está empezando a cerrarse el poliedro verde .



Poliedro nº 9 : P-9

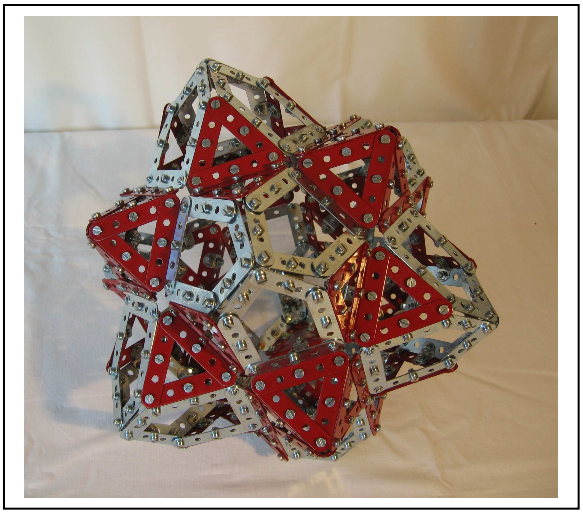
Triacontaprisma rómbico



El triacontaedro rómbico es un poliedro formado por 30 rombos áureos , en el sentido de que la diagonal menor d es el segmento áureo de la diagonal mayor D (d = (√5 -1)/2 D = 0,618 D) . Hemos prolongado estos 30 rombos con prismas rómbicos y puesto de color rojo la cara superior del prisma . A este conjunto le hemos llamado triacontaprisma rómbico . La estructura radiante no es uniforme , hay vértices que agrupan a tres prismas y otros a cinco .

Poliedro nº 10 : P-10

Estelado del tronco octaedro



Este poliedro es el primer estelado total del tronco octaedro (Llamamos estelado de un poliedro el resultante de prolongar unas caras sí y otras no . Las caras prolongadas al cortarse forman un nuevo poliedro . Es evidente que a partir de un poliedro dado hay varias posibilidades) . En nuestro caso se prolongan todas las caras .

Poliedro nº 11 : P-11

Icosaedro apuntado y coloreado

He apuntado un icosaedro con un prisma triangular y un tetraedro sobre cada cara .

Un tema característico de los poliedros es cómo colorearles : escoger los colores y repartirlos entre las caras .Este modelo reproduce un coloreado clásico de los icosaedros : con 5 colores y color distinto en cada vértice (prisma apuntado en nuestro caso) , sin que cada elemento tenga el mismo color que el contiguo .

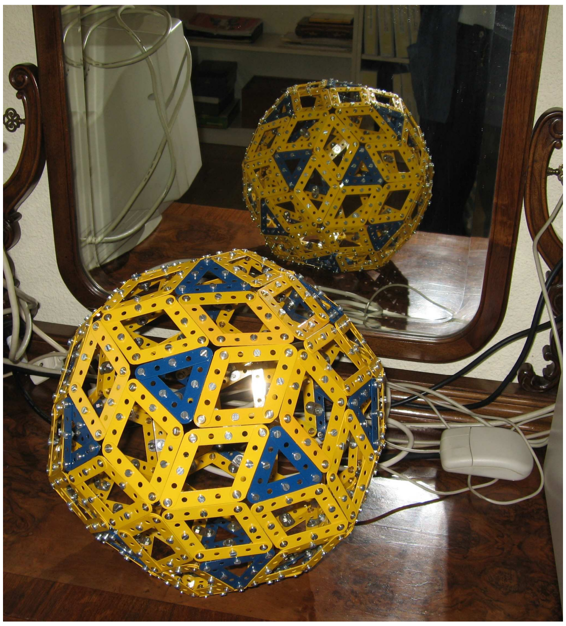
Poliedro nº 12 : P-12

Enneacontaedro rómbico

Enneaconta significa en griego noventa . Este poliedro es pues un poliedro formado por 90 caras rombos : 60 rombos principales verdes y 30 rombos secundarios azules . Si se ponen en las caras de un dodecaedro unas caperuzas de 5 rombos hay que calcular los ángulos para que en las aristas se formen rombos planos . Así llegamos a nuestro poliedro , que es también un zonoedro , es decir con conjuntos de planos (zonas) paralelos a cada arista .

Poliedro nº 13 : P-13

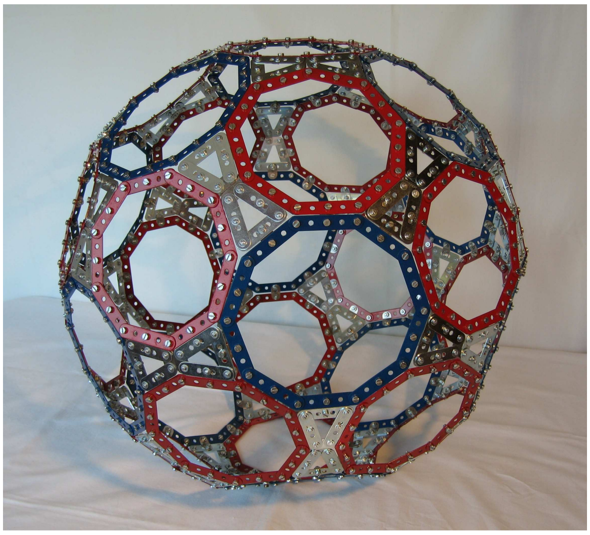
Helicoicosaedro rómbico



Este poliedro , descrito por primera vez en el año 2001 , tiene 80 caras : 20 triángulos equiláteros azules y 60 rombos amarillos . Si se mira a un triángulo éste está rodeado de rombos en espiral , por lo que es un "propellor polyhedron" . Este poliedro es de los que tienen una variedad dextrógira y otra levógira , según el sentido de giro de los rombos (de una diagonal de los rombos) alrededor del triángulo . Si el poliedro construido es la variedad levógira el reflejado en el espejo es la variedad dextrógira .

Poliedro nº 14 : P-14

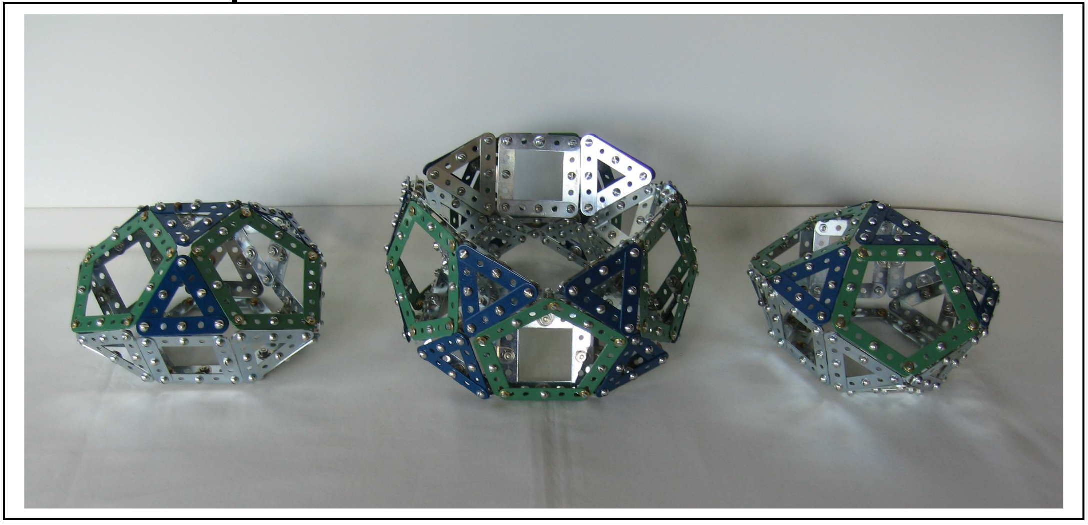
Simetroedro nº 1 . (Bow-tie Icosahedron : Icosaedro con corbatas de pajarita)



Se llama simetroedro a un poliedro obtenido por la colocación de polígonos regulares en los ejes de rotación de uno o varios poliedros . Los espacios huecos que quedan entre los polígonos regulares son llenados por figuras no regulares . Nuestro poliedro tiene 20 polígonos regulares de 9 lados (en ejes de un icosaedro) y 12 decágonos regulares (en ejes de un dodecaedro) . Los huecos se llenan con dos trapecios isósceles .

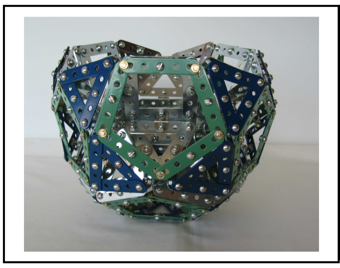
Poliedro nº 15 : P-15

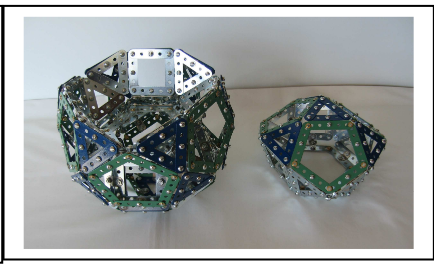
Partición en tres partes del icosidodecaedro

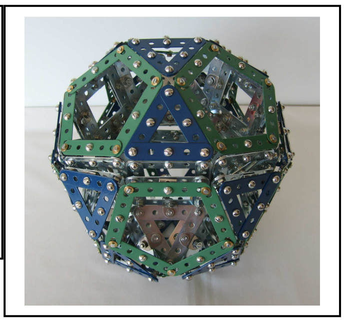


El icosidodecaedro es el poliedro arquimediano nº 8 y está formado por 20 triángulos equiláteros y 12 pentágonos regulares . Este poliedro se puede partir en tres partes . Dos de ellas son el poliedro de Johnson J-92 : Hebe-esfeno-rotonda triangular (que tiene como caras 1 hexágono , 3 pentágonos , 3 cuadrados y 13 triángulos , todos regulares) y la tercera parte es el icosidodecatoro , un toroide de Stewart , de género 1 (un agujero) , formado por 6 pentágonos , 6 cuadrados y 30 triángulos , todos regulares . Estas tres partes pueden verse en la figura superior .

En las tres figuras siguientes se ve el ensamble de dos partes y finalmente de las tres partes que constituyen el icosidodecaedro .







Madrid , agosto de 2010